LPO

Bloque I: El Lenguaje de la Lógica de Primer Orden.

Tema 1: La Lógica de Primer Orden y los problemas de razonamiento (Cap 1 libro)

Tema 2: El lenguaje de la lógica de proposiciones (Cap 2 libro)

Tema 3: El lenguaje de la lógica de predicados (Cap 2 libro)

Tema 4: Formas Normales (Cap 7 libro)

LPO

Objetivos del BLOQUE I:

- Conocer qué es la Lógica y Lógica de Primer Orden.
- Necesidad de lenguaje formal→resolver problemas conocimiento
- Aprender el lenguaje de la lógica de primer orden:
  → lenguaje Proposicional.
  → lenguaje Predicativo.

Al finalizar el bloque serás capaz de….

→ **Formalizar** conocimiento con el lenguaje lógico (LPO)

OBTENER Conjuntos de **fórmulas lógicas fbfs**

→ **base del cálculo lógico.**

teórico

automático

Os aconsejo...

→ **Hacer apuntes del tema con ayuda del libro LPO (u otros).**

→ **Resolver los problemas de clase y los propuestos**

→ **Trabajar en grupo con otros compañeros.**

→ **Preguntar las dudas al profesor en tutoría.**

Tiempo de estudio fuera de clase: **hora y media** para cada hora de clase teórica

->Empezar **C. Bitácora sobre BI**

Lógica: ciencia del razonamiento y de la inferencia

Una estructura formada por:

conjunto de premisas o axiomas (información dada) +

$$\left.\begin{array}{l} \text{-----} \\ \text{------} \\ \text{------} \\ \text{----} \\ \text{-----} \end{array}\right\}$$ nueva información aplicando reglas inferencia

conclusión

Razonamiento, argumento, **demostración**

Unidad: **PROPOSICIÓN (sentencia declarativa)**

Proposición atómica:

sentencia declarativa **indivisible que puede ser verdadera o falsa.**.

Proposición molecular:

sentencia declarativa **compuesta** de varias sentencias atómicas unidas por **conectores lógicos**.

!Más importante estructura del argumento que contenido!

RAZONAMIENTO 1

Premisa 1: Si estudio Lógica apruebo Álgebra.

Premisa 2: Estudio Lógica

Conclusión: Apruebo Álgebra.

$$A \rightarrow B,\ A \Rightarrow B$$

RAZONAMIENTO 2

Premisa 1: Si la tubería A tiene un nivel de desviación del 20%, es conveniente poner el nivel del agua a 40º de la superficie.

Premisa 2: La tubería A tiene un nivel de desviación del 20%.

Conclusión: Hay que poner el nivel del agua a 40º de la sup.

Razonamiento válido (correcto) o Argumento Deductivo:

Si verdad de las Premisas se <u>infiere</u> verdad de la Conclusión =

No es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa

→ ***INFERENCIA:*** *operación lógica que consiste en obtener un enunciado a partir de otro(s) mediante la aplicación de reglas de inferencia*

Razonamiento 1: ¿es válido?   SI   NO

Premisa 1: Si estudio Lógica apruebo Álgebra.
Premisa 2: No he aprobado Álgebra.

Conclusión: No he estudiado Lógica.

Razonamiento 2: ¿es válido?   SI   NO

Premisa 1: Si estudio Lógica apruebo Álgebra.
Premisa 2: No estudio Lógica.

Conclusión: No apruebo Álgebra.

En general, cuando haya que razonar.

¿**Qué tipo** de conocimiento se precisa para razonar?

Sentencias declarativas, verdaderas o falsas.

¿**Qué cantidad** de conocimiento es necesario?

Información *(premisas)* de la que podamos deducir más.

¿**Cómo se resuelve** el problema?

Obteniendo nuevo conocimiento *(conclusión)*.

El conjunto de reglas dependerá del sistema en donde se realiza la demos

SISTEMAS FORMALES LÓGICOS

Existen muchos sistemas lógicos para inferir conclusiones a partir de premisas.

Sistema de la Lógica Clásica:
Lógica de Proposiciones + Lógica de Predicados (Lógica Primer Orden)

Introduce principios como:

→ Identidad: Si A es verdad, entonces A es verdad.

→ NO contradicción: Si A es verdadero, no es falso.

→ Tercio excluso: A es verdadero o falso pero no ambas.

Sistemas de Lógicas no Clásicas:

Lógica Difusa (lavadoras, aviones, satélites,….)

Lógica No Monótona

Lógica Modal, Temporal, Trivalente…

Es el más potente para trabajar con problemas de razonamientos desde el punto de vista de la estructura

SISTEMA FORMAL de la LÓGICA de PRIMER ORDEN

LENGUAJE FORMAL: **alfabeto + REGLAS para formación de fórmulas lógicas**

TEORÍA SEMÁNTICA – **relación entre el lenguaje y el conjunto de significados de una fórmula lógica (V o F).**

SISTEMAS DE DEDUCCIÓN: **métodos deductivos para determinar la validez de los razonamientos. Permiten obtener conclusiones usando reglas de inferencia**

Su principal objetivo es:
"Cómo" se razona
Menos interés: "qué" se razona.

"Si todos los humanos son mortales y todos los griegos son humanos, entonces todos los griegos son mortales"

Silogismo

Matematización de la lógica

Aristóteles, Sócrates, Platón (siglo IV a.C.)

Matemático Leibniz (XVII) a los 14 años…quiso crear un método general en el cual todas las verdades de la razón se redujeran a cálculos… lenguaje universal para "reconducir" la razón…

Esto no sucedió hasta Boole…

Boole (1815-1864): 1º cálculo lógico ("The Laws of Thought");
Frege (1848-1925): lógica cálculo de razones ("Begritfschrift");
Peano (1858-1932): axiomatizó la aritmética;
Russell (1872-1970): usó la lógica en Principia Mathematica;
Hilbert (1862-1943), Herbrand (1908-1931), ...
Gentzen (1909-1945): sistema de deducción natural;
Kurt Gödel: teoremas de limitación.

Lenguaje proposicional

Formaliza proposiciones del lenguaje natural obteniendo fórmulas proposicionales del lenguaje proposicional.

busca proposiciones y las conexiones entre ellas

Alfabeto: conjunto no vacío de símbolos:

- **Variables proposicionales: p, q, r,...**
- **Conectivas lógicas:** $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.
- **Símbolos auxiliares: (,),.....**

Gramática: Reglas de formación de fórmulas
Se obtienen fórmulas bien formadas (fbf).

Formalización de proposiciones atómicas: elegir variable proposicional

Formalización de prop. moleculares: elegir variables proposicionales y conexión

Ejemplos

PATRONES PARA FORMALIZAR CONEXIONES…

- No p
- No ocurre que p
- Es falso que p
- No es cierto que p...

p y q,
p pero q,
p aunque q,
p sin embargo q,
p no obstante q....

Conectores lógicos:

Negador ¬
Conjunción ∧
Disyunción ∨
Implicador →
Coimplicador ↔

o p o q o ambas cosas,
al menos p o q ,
como mínimo p o q,...

si p entonces q,
p sólo si q,
q si p,
q es necesario para p,
p es suficiente para q,
no p a menos que q,…

p si y sólo si q,
p equivale a q,
p cuando y sólo cuando q,…

Fórmula proposicional bien formada (fbf) es:

1.- **Variable proposicional.**

2.- **Si A es una fbf , ¬A es fbf.**

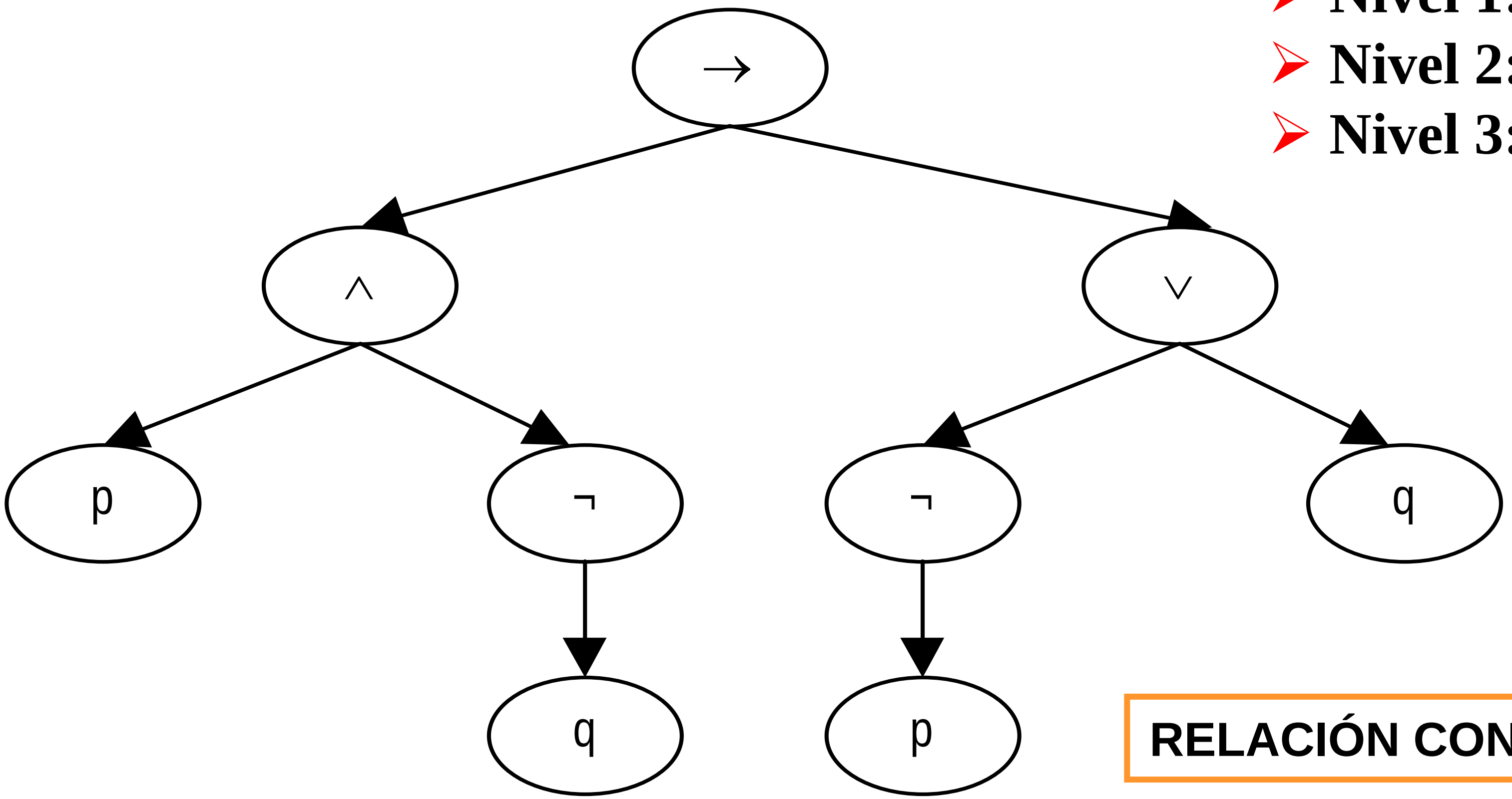
3.- **Si A y B son fbf también:**

$A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$.

4.- **Sólo son fbf 1, 2 y 3.**

Árbol sintáctico

$p \wedge \neg q \rightarrow \neg p \vee q$



- Nivel 1: $\neg$.
- Nivel 2: $\wedge$, $\vee$.
- Nivel 3: $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

RELACIÓN CONECTIVAS

- $\neg (p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$
- $\neg (p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$
- $p \rightarrow q = \neg p \vee q = \neg(p \wedge \neg q)$
- $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

FORMALIZAR CON EL LENGUAJE DE PROPOSICIONES

Si entiendes todo lo que te dicen, razonas con habilidad y tus amigos no te engañan con argumentos tramposos, entonces **no** tienes que **estudiar lógica.**

Si no entiendes lo que te dicen, o no razonas con habilidad o tus amigos te engañan con argumentos tramposos, entonces **sí** tienes que **estudiar lógica**.

Pero la lógica, más concretamente, Lógica **de Primer Orden** es una asignatura obligatoria en esta titulación y además, debes admitir, que varias veces (por no decir siempre),tus amigos te engañan con argumentos tramposos,

Conclusión: **tienes que estudiar lógica**.

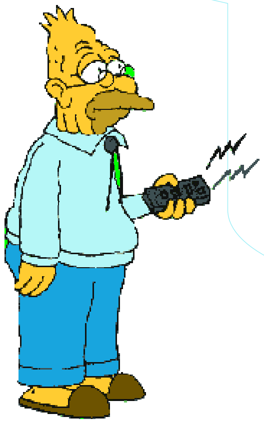
Premisa 1

Premisa 2

Premisa 3

Conclusión

¿Abuelo, cuál es el secreto para vivir muchos años?.



El secreto está en beber lo que debes, verás:
Sólo si bebo vino en la cena, no bebo cerveza, pero si bebo cerveza y vino no tomo anís.
También te aseguro que no bebo vino a menos que beba anís y cerveza.
Luego el secreto está en beber… ¿cerveza?.

Componentes del lenguaje predicativo (LPO)

Lenguaje proposicional +

Formalizar objetos, propiedades y relaciones entre ellos.

Términos — **de quién**

Predicados — **Cómo son, se relacionan**

Cuantificación — **cuántos objetos**

Dominio ***qué objetos***

Lóg-Predicados: en las proposiciones busca los sujetos que intervienen, sus propiedades y las relaciones entre ellos

Sentencias atómicas:

→ A es P

→ A está relacionado con B mediante R

Sentencias moleculares:

→ Sentencias atómicas con conectores.

→ Todo sujeto es P

→ Algún sujeto es P

UNIVERSAL POSITIVO: Todos los x que satisfacen la propiedad S tb P.
Ej: Los alumnos aman la Lógica. $\forall x[Al(x) \rightarrow Lo(x)]$

UNIVERSAL NEGATIVO: Todos los x que satisfacen la propiedad S NO P.
Ej: Los alumnos no aman la Lógica. $\forall x[Al(x) \rightarrow \neg Lo(x)]$

EXISTENCIAL POSITIVO: Algunos x que satisfacen la propiedad S tb P.
Ej: Algunos alumnos aman la lógica. $\exists x[Al(x) \wedge Lo(x)]$

EXISTENCIAL NEGATIVO: Algunos x que satisfacen la propiedad S NO P.
Ej: Algunos alumnos no aman la lógica: $\exists x[Al(x) \wedge \neg Lo(x)]$

Términos:

constantes: objetos concretos del dominio. **a, b, c.....**
variables: cualquier elemento del dominio. **x, y, z,...**

Predicados:

0-ario: proposición o hechos indivisibles
monádicos: propiedades. **P(arg), Q(arg),...**
poliádicos: relaciones entre objetos.
P(arg1,arg2,...argn),...

Cuantificadores:

Universal (∀)): ***todos*** **los elementos del dominio cumplen una determinada propiedad o relación.**

Existencial (∃): ***algún*** **elemento del dominio cumple una determinada propiedad o relación.**

→ También aparecen las **CONECTIVAS**

Predicados:

1º.- El orden de los argumentos.

2º.- La aridad de un predicado es fija.

3º.- Se caracteriza por: identificador de predicado y aridad.

Fórmula predicativa bien formada (fbf):

1.- Cualquier fbf proposicional es una fbf.

2.- Si P es un predicado, entonces $P(t_1,t_2,...t_n)$ es una fbf, siendo t_i términos.

3.- Si F es una fbf que tiene la vble x_i libre, entonces:

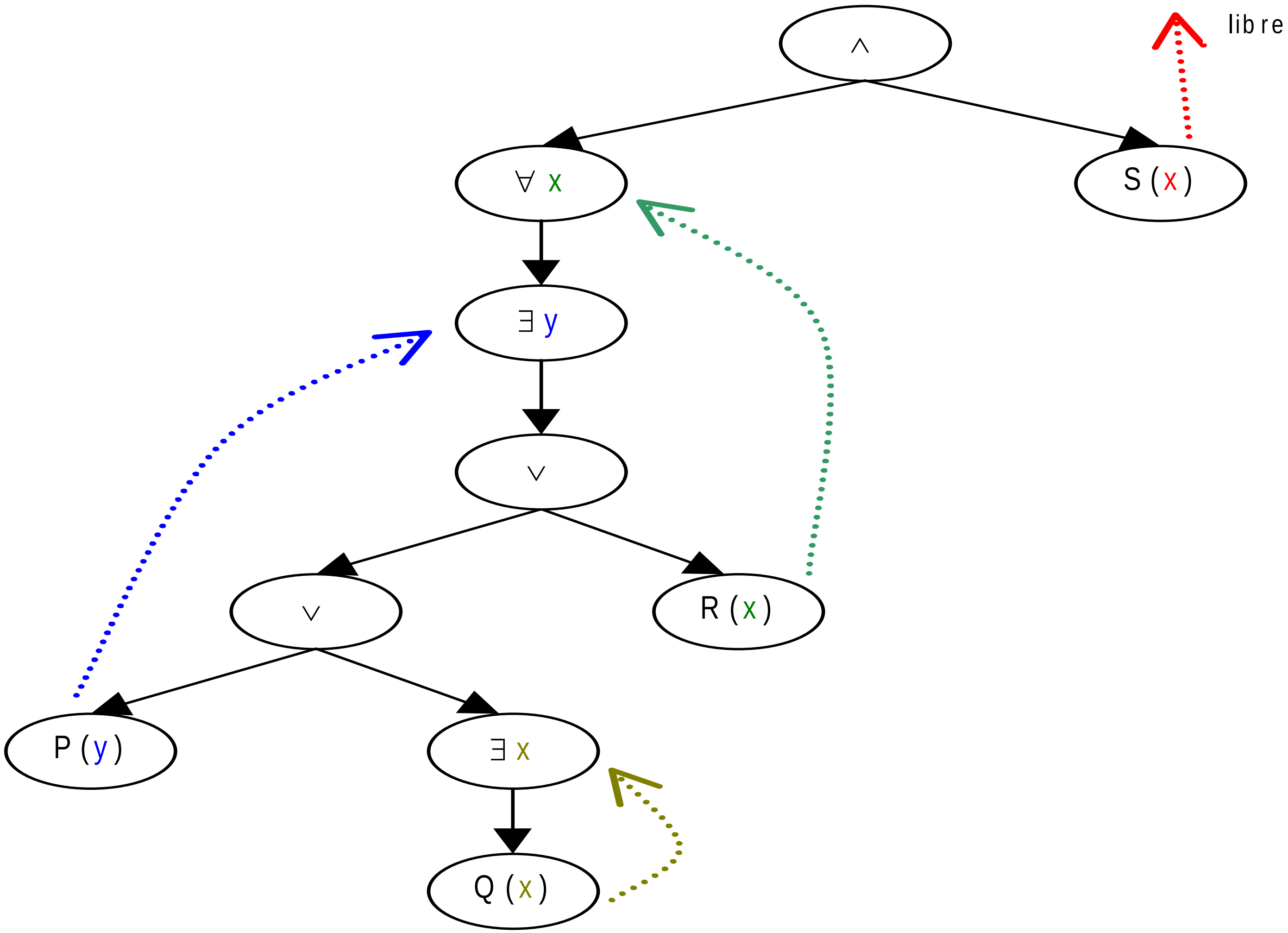
- $\forall x_i\ F(x_1,x_2,...x_i,...x_n)$.
- $\exists\ x_i\ F(x_1,x_2,...x_i,...x_n)$ son fbf.

La vble x_i es ligada y las x_k, $k \neq i$, libres.

4.- Sólo son fbf las obtenidas por 1, 2 y 3.

Árbol sintáctico de fórmulas cuantificadas

$$\forall x\, \exists y\ [\, P(y) \vee \exists x\, Q(x) \vee R(x)\,] \wedge S(x)$$



- **Índice cuantificacional:** variable adosada al cuantificador.
- **Prefijo cuantificacional:** cuantificador e índice cuantificacional.
- **Matriz cuantificacional:** parte de fbf afectada por el índice cuantificacional.
- **Alcance del cuantificador:** parte de fbf donde ejerce su cuantificación.
- **Variable libre:** no está afectada por ningún cuantificador.

Variable ligada: afectada por algún cuantificador.

Con el negador relacionamos los cuantificadores

¬∀xP(x) (no todos los x tienen la propiedad P)

=

∃**x¬P(x)** (hay algún x que no tiene la propiedad P).

∀**x¬P(x)** (todos los x poseen la propiedad no P)

=

¬∃**xP(x)** (no existe ningún x que tenga la propiedad P)

En un dominio finito una fbf cuantificada pasa a ser proposicional
Y se trata en el cálculo lógico como tal

LPO

RELACIÓN CONECTIVAS

Morgan: $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$; $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

Interdefinición: $A \rightarrow B = \neg A \vee B = \neg(A \wedge \neg B) = \neg B \rightarrow \neg A$

A, B : fbf lpo

Ver hoja de reglas para identificadores

RELACIÓN CUANTIFICADORES

$$\neg\forall x P(x) = \exists x \neg P(x)$$

$$\boxed{\forall x \neg P(x) = \neg\exists x P(x)}$$

FBF equivalentes con cuantificadores y conectivas

$$\forall x\ [\ A(x) \rightarrow B(x)\ ]$$

$$\forall x\ \neg[A(x) \wedge \neg B(x)]$$ **Regla:**

$$\neg\exists x\ [\ A(x) \wedge \neg B(x)\ ]$$ **Regla:**

$$\boxed{\forall x\ [\ A(x) \rightarrow B(x)\ ] \leftrightarrow \neg\exists x\ [\ A(x) \wedge \neg B(x)\ ]}$$

$\exists x\ [\ A(x) \wedge \neg B(x)\ ] \leftrightarrow$ **¿fbf equivalente ?**