



Bloque I: El Lenguaje de la Lógica de Primer Orden.

Tema 1: La Lógica de Primer Orden y los problemas de razonamiento

Tema 2: El lenguaje de la lógica de proposiciones

Tema 3: El lenguaje de la lógica de predicados

Tema 4: Formas Normales (Cap. 7 libro)

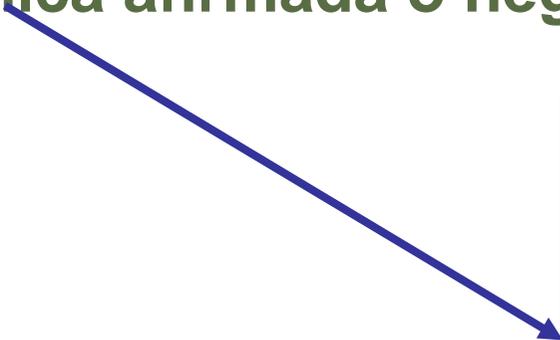
FORMA NORMAL CONJUNTIVA

FNC

$$D_1 \wedge D_2 \wedge \dots \wedge D_n \quad (n \geq 1)$$

$$D_i : p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_m$$

p_i : **literal** (fórmula atómica afirmada o negada)



*Variable
Proposicional
O
Predicado
con
Argumentos
Constantes*

FORMA NORMAL DISYUNTIVA FND

$$C_1 \vee C_2 \vee \dots \vee C_n \quad (n \geq 1)$$

$$C_i : p_1 \wedge p_2 \dots \wedge p_m \quad (i = 1 \dots m)$$

p_i : literal (fbf atómica afirmada o negada)



*Características de las fbf escritas en **FORMA NORMAL***
(fbf normalizadas)

1°.- Sólo pueden aparecer tres conectivas:
Conjunción (\wedge), Disyunción (\vee) y Negación (\neg).

2°.- El negador sólo afectará a fbf atómicas.

3°.- En FNC: conectiva principal la conjunción.

En FND y FC: conectiva principal la disyunción.



Método de reducción a forma normal

1º) ELIMINAR IMPLICADOR $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B \equiv \neg(A \wedge \neg B)$

2º) NORMALIZAR NEGADOR:
 $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$
 $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$
 $\neg\neg A \equiv A$

3º) EXTERIORIZAR CONJUNTOS *FNC* DISYUNTOS *FND*
 $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
 $(A \wedge B) \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
 $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
 $(A \vee B) \wedge C \equiv (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

4º) SIMPLIFICAR y ORDENAR:

$A \vee B \equiv B \vee A,$ $A \wedge B \equiv B \wedge A$
 $A \vee A \equiv A,$ $A \wedge A \equiv A$
 $A \wedge (A \vee B) \equiv A,$ $A \vee (A \wedge B) \equiv A$



Una Cláusula es una disyunción de literales

Es cada subfórmula (disyunción) de un fbf escrita en FNC

$$D_1 \wedge D_2 \wedge \dots \wedge D_n \quad (n \geq 1)$$
$$D_i : p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_m \quad p_i: \text{ literal}$$

Cláusula_1 (Cl1): D1

Cláusula_2 (Cl2): D2

Cláusula_n (Cln): Dn

Para una fbf **A** construimos el conjunto $C_A = \{Cl1, Cl2, \dots, Cln\}$ formado por todas las **cláusulas de A**

*Decimos que una fbf está escrita en **FORMA CLAUSAL (FC)** si está formalizada mediante su **conjunto de cláusulas**.*



Proceso para calcular la FC de una fbf

1º.- Si la fbf es proposicional: obtener conjunto de disyunciones de la FNC

2º.- Si la fbf está cuantificada:

- Normalizar la fbf.
- Renombrar variables.
- Aplicar Skolem.
- Aplicar Prenex.
- Prescindir de cuantificadores universales.
- Obtener la FNC de la matriz de la fbf.
- Extraer las cláusulas.
- Renombrar las variables.



Skolem → eliminar cuantif. existenciales

Casos:

1°.- El existencial **no** está en el alcance de un universal:
→ Se sustituye su variable por una **constante**:

Constante de Skolem.

2°.- El existencial **sí** está en el alcance de un universal:
→ Se sustituye su variable por una **función**:

Función de Skolem.



Prenex: permite poner los cuantificadores Universales en cabeza de fbf

1°.- La fórmula parcial **no** contiene la variable cuantificada.

$$A \vee \forall x P(x) \leftrightarrow \forall x (P(x) \vee A)$$

$$A \wedge \forall x P(x) \leftrightarrow \forall x (P(x) \wedge A)$$

2°.- La fórmula parcial **sí** contiene a la variable cuantificada.

$$A(x) \vee \forall x P(x) \leftrightarrow \forall y (A(x) \vee P(y))$$

$$A(x) \wedge \forall x P(x) \leftrightarrow \forall y (A(x) \wedge P(y))$$

Una vez que están en cabeza podemos prescindir de ellos