Bloque II: Teoría Semántica

Tema 5: Conceptos Semánticos Básicos (Cap-3 libro)

Tema 6: Técnicas y Métodos Semánticos para validar argumentos (Cap-3 libro)

Objetivos

- Aprender los conceptos y métodos semánticos propios de la LPO para el estudio de la validez de razonamientos.

PALABRA CLAVE

Interpretación lógica

Teoría semántica: valida argumentos
a partir de las interpretaciones de sus fbf componentes

Componentes de una fbf
→ Vbles proposicionales
→ Conectivas
→ Predicados con argumentos const/vbles/función
→ Cuantificadores

Para interpretar fbfs necesitamos saber interpretar cada una de sus componentes

Partimos de que: toda fbf atómica se interpreta como verdadera o falsa pero no ambas

valor de verdad es el significado

V.... Valor verdadero.

F .... Valor falso.

Interpretación lógica (I) de una fbf: asignación de significados (V/F) a sus fbf componentes básicas.

Interpretar una fbf es determinar si la fbf es V o F a partir del conjunto de significados a sus componentes básicas.

Si con dicho conjunto la fbf es V se dice que la I es un modelo de la fbf:

I. Modelo: conjunto de asignaciones a las componentes básicas de una fbf que hacen que ésta se interprete como verdadera.

Si con dicho conjunto la fbf es F se dice que la I es un contramodelo de la fbf:

I. Contramodelo: conjunto de asignaciones a las componentes básicas de una fbf que hacen que ésta se interprete como falsa.

¿Cuántas interpretaciones podemos tener para cada fbf?, según….

proposicional: 2^n
n: vbles proposic.

predicativa: 2^m**, m = d**^{n}**,**
d = nº elementos de D.
n = aridad predicado (vble)

Sólo si D es finito

Para interpretar fbf moleculares necesitamos saber interpretar…

Interpretación de las conectivas

A	B	¬A	A ∧ B	A ∨ B	A → B	A ↔ B
V	V	F	V	V	V	V
	F		F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
	F		F	F	V	V

Interpretación (clasificación semántica) de fbf moleculares según el conjunto de interpretaciones:

A es Tautología **o fbf válida** *si* A es verdadera para todas las interpretaciones de sus componentes (todas las I del conjunto de asignaciones es modelo).

A es Contradicción ***o fbf no válida*** *si* A es falsa para todas las interpretación (todas las I son contramodelo).

A es Contingencia *si* existen interpretaciones que hacen que la fbf A sea verdadera y otras que la hacen falsa.

TABLAS DE VERDAD (TV)

Permite demostrar si una fbf es tautología, contradicción o contingencia

Proceso:

1º.- Determinar el nº de interpretaciones de la fbf (nº de filas).

2º.- Construir la TV según el modelo elegido para validar la fbf:

→ M. acumulativo

→ M. por pasos

2º.- Interpretar las componentes de la fbf según jerarquía.

3º.- Analizar la columna resultado (componente principal de fbf).

4º.- Establecer valor semántico conforme el conjunto de I.

Construcción: ***Columnas:*** *según método*

Filas: *n vbles; Vble i: 2^n / 2^i valores V y valores F.*

Una fbf es **satisfacible** si tiene una I. modelo, ed si existe alguna interpretación que la haga V

Una fbf es **insatisfacible** si y sólo si es F para todas sus interpretaciones.

A es satisfacible si y sólo si ¬*A* no es válida

A es insatisfacible si y sólo si ¬*A* es válida

A es válida si y sólo si ¬*A* es insatisfacible

Def. Un **conjunto de fórmulas Γ es satisfacible** o consistente si existe una interpretación I que es modelo para todas las fbf de Γ, ed, si existe una I que hace verdaderas, a la vez, a todas las fbf de Γ.

Def. Un **conjunto de fórmulas Γ es Insatisfacible** si no existe ninguna interpretación I que es modelo para todas las fbf de Γ.

Para **interpretar fbf predicativas**, necesitamos:

– Un Dominio de referencia, no vacío, donde se interpretan los términos (constantes, variables y funciones) y predicados-

– Saber cómo se Interpretan los cuantificadores.

– Interpretación de términos (argumentos del predicado):

- constantes: se interpretan con el objeto que representan
- variables: se les asigna cualquier elemento del dominio
- funciones: se les asigna aplicación $f: D^n \rightarrow n$ de entre todas las posibles

Ej: D ={a,b,c}

x	f(x)
a	a
b	a
c	b

<u>Ejemplo:</u> P(juan, x, f(x)); *D ={juan, pepe, luis}*.

Interpretamos cada argumento de P:

juan: representa a juan.

x: puede ser juan, pepe, luis.

f(x) una posible interpretación de la función *f* sería

x	f(x)
Juan	pepe
Pepe	juan
Luís	juan

Nº interp. totales para f(x): 3^3

Interpretación de predicados:

• A cada predicado se le asigna una relación concreta n-aria definida en el dominio de referencia D mediante una correspondencia:

$$P: D^n \rightarrow \{\mathbf{V},\mathbf{F}\}$$

Interpretación de los cuantificadores

$\forall$**xP(x):** se interpreta como **V** si la fbf P(x) lo es para **cualquier** elemento D asignado a x; se interpreta como **F** si lo es para **algún** elemento del dominio.

Sólo si D es finito

$\exists$**xP(x):** se interpreta como **V** si la fbf P(x) es verdadera para **algún** elemento de D asignado a x; se interpreta como **F** si lo es para **todos** los elementos del dominio.

Ejemplo: Predicado *P(x, y)*; *D = {a, b, c}*,
Interpretamos $P : D^2 \rightarrow \{V, F\}$

Aridad de *P: 2 (n*=2); nº elementos de *D: 3 (d=3)* → 3^2=9 filas

x	**y**	**P(x, y)**
a	a	V
b		V
c		F
a	b	V
b		V
c		F
a	c	V
b		V
c		F

Nº **Total de interpretaciones**: asignar *V* o *F* a 9 combinaciones de elementos de D
$\mathbf{2}^9$=512 interpretaciones posibles.

LA DEMOSTRACIÓN SEMÁNTICA DE LA VALIDEZ DE UN ARGUMENTO

$$D: \; P1, P2, \ldots Pn \Rightarrow Q,$$

SE PUEDE HACER DESDE TRES PERSPECTIVAS:

MÉTODOS:

→A partir del concepto de **consecuencia lógica**:

“Cada I que hace A TODAS las $\mathbf{P_i}$ verdaderas hace a **Q** tb verdadera”

Contraejemplo

→ Demostrando que el conjunto de fbf:
C = {**P1, P2 ,… Pn ,¬Q**} **es insatisfacible**

→ Demostrando que la **fbf asociada al argumento**:
$\mathbf{P1 \wedge P2 \wedge \ldots Pn \rightarrow Q =}$
$\mathbf{\neg P1 \vee \neg P2 \vee \ldots \vee Q =}$
$\mathbf{\neg(P1 \wedge P2 \ldots \wedge \neg Q)}$, **es tautología**.

M. Mecánicos

Según consecuencia lógica:

$P_1, P_2, \ldots P_n \Rightarrow Q$

→ Para demostrar que una fbf Q es consecuencia lógica de un conjunto de premisas usamos el método del contraejemplo que se basa en buscar la existencia de una I. contramodelo

Interpretación contramodelo en un argumento:

cada fbf Pi con valor V y la fbf Q con valor F

M. CONTRAEJEMPLO

1º.- Suponemos que existe I. contramodelo
2º.- Se interpretan las componentes de cada fbf
3º.- Si aparece contradicción→ arg. correcto
4º.- Si no → arg. NO correcto.

Validar Argumentos

$P_1, P_2, \ldots P_n \Rightarrow Q$

Con M. Mecánicos

Demostrando que la fbf:

$P1 \wedge P2 \wedge \ldots Pn \rightarrow Q =$

$\neg P1 \vee \neg P2 \vee \ldots \vee Q =$

$\neg(P1 \wedge P2 \ldots \wedge \neg Q)$

Asociada al argumento P1, P2 , … Pn $\Rightarrow$ Q es tautología.

¿Cómo se obtiene la fbf asociada a un argumento?

Teorema de Deducción (TD)

Si la deducción $D_{1:}$ $P_1, P_2,...P_n \Rightarrow Q$ es correcta

también lo es la deducción D_2: $P_1, P_2,...P_{n-1} \Rightarrow P_n \rightarrow Q$

y viceversa.

Teorema 1: La deducción $P_1, P_2,...P_n \Rightarrow Q$ es correcta sii, su fbf asociada $P_1 \rightarrow(P_2 \rightarrow (P_3 ...\rightarrow (P_n \rightarrow Q)) ...))$ es una tautología.

Teorema 2: Si la deducción $P_1, P_2, ... P_n \Rightarrow Q$ es correcta también lo es $P_1 \wedge P_2 \wedge...\wedge P_n \Rightarrow Q$ y viceversa.

Conclusión: *Para demostrar que un argumento (deducción) es correcto es suficiente demostrar que su fbf asociada obtenida por sucesivas aplicaciones del TD, es una tautología.*

Estudio de la validez de Argumentos con M. Mecánicos

Dado P1, P2, ..., Pn $\Rightarrow$ Q (Teorema 1)

Obtención de la fbf asociada al argumento (aplicar TD)

$$\mathbf{P1 \rightarrow (P2 \rightarrow (...(Pn \rightarrow Q)..))}$$

Estudio de tautología

M. Cuadro

$\neg P1 \vee \neg P2 \vee \ldots \neg Pn \vee Q$

Es tautología ???

M. Davis_Putnam

$\neg(P1 \wedge P2 \wedge \ldots Pn \wedge \neg Q)$

Es $P1 \wedge P2 \wedge \ldots Pn \wedge \neg Q$ contradicción ???

Según Teorema 1

Si P1 $\rightarrow$ (P2 $\rightarrow$ (...(Pn $\rightarrow$ Q)..)) es tautología, entonces

el argumento P1, P2, ..., Pn $\Rightarrow$ Q es correcto

Método del Cuadro

Permite demostrar si una fbf es tautología, contradicción o contingente

La fbf debe estar normalizada en FND.

1.- Si en todas las conjunciones elementales aparece un literal afirmado y negado: CONTRADICCIÓN.

2.- Si hay conjunciones elementales de un solo literal se le asigna el valor F y se reduce la fbf.

3.- Si no paso 2, se elige conjunción y obtenemos dos FND:

$$C \vee B = (lit \wedge D) \vee B = (lit \vee B) \wedge (D \vee B)$$

y volvemos al paso 2.

4.- Se repiten 2 y 3 hasta obtener una conjunción elemental:

Si disyunción de literal y complementario:

fbf TAUTOLOGÍA

Sino: fbf CONTINGENTE

Método de Davis-Putnam

Permite demostrar si una fbf es tautología, contradicción o contingente

La fbf debe estar normalizada en FNC.

1.- Si en todas las disyunciones elementales aparece un literal afirmado y negado: TAUTOLOGÍA.

2.- Si hay disyunciones elementales de un solo literal se le asigna el valor V y se reduce la fbf.

3.- Si un literal aparece sólo en un estado se le asigna el valor V y se reduce la fbf.

4.- Sino, elegir literal (l) que desaparece de la fbf. Hacer:

B= disy. que contienen l; C: disy.que contienen ¬l; D: resto

Obtener FNC sin literal l: [$\wedge$ (b v c)] $\wedge$ D.

y volvemos al paso 2.

Si conjunción de literal y complementario:

fbf CONTRADICCIÓN

Sino: fbf CONTINGENTE