

Alumno:

Calificación:

Rodea con un círculo la opción elegida.

1. Marco conceptual: Ana va al cine con su novio Javi: nv; los padres aceptan al novio: ac; Javi tiene un pequeño problema: pr.

La **Forma Normal Clausal** (conjuntiva) de la sentencia **S1**: "Si es necesario que Ana vaya al cine con su novio Javi para que sus padres lo acepten, entonces Javi tiene un pequeño problema" es la fbf:

- a) $(nv \vee ac \vee \neg pr) \wedge (\neg nv \vee \neg ac \vee \neg pr)$
b) $(nv \wedge ac) \vee (\neg nv \wedge ac) \vee \neg pr$
c) $(ac \vee pr) \wedge (\neg nv \vee pr)$
d) $(ac \wedge \neg pr) \vee (\neg nv \wedge pr)$

Las respuestas b) y d) quedarían descartadas al no ser Formas Normales Conjuntivas. Por tanto, las respuestas posibles son a) o c). Por tanto, formalizamos la sentencia: $(ac \rightarrow nv) \rightarrow pr$ Para pasarla a Forma Normal Clausal (Conjuntiva) quitamos primero los implicadores: $\neg(ac \rightarrow nv) \vee pr = \neg(\neg ac \vee nv) \vee pr$ Después normalizamos negadores: $(ac \wedge \neg nv) \vee pr$ Y, por último, aplicamos la propiedad distributiva para exteriorizar el conjuntor: $(ac \vee pr) \wedge (\neg nv \vee pr)$, que coincide con la c)

2. La fbf que representa la sentencia S1 es **satisfacible** cuando:

- a)** Es cierto que Javi tiene un pequeño problema
b) Es falso que Javi tiene un pequeño problema aunque sea cierto que Ana vaya al cine con él y sus padres lo acepten
c) Es cierto que Ana va al cine con su novio Javi y falso que éste tenga un pequeño problema con sus padres
d) S1 no puede ser satisfacible porque no es tautología

Para contestar esta pregunta no es necesario tener contestada la anterior. Además, partiendo de la formalización de la sentencia es más fácil obtener esta respuesta.

Una fbf es satisfacible cuando tiene al menos una interpretación modelo, es decir, una interpretación que la hace cierta. La formalización de la sentencia S1 es $(ac \rightarrow nv) \rightarrow pr$. Pasamos a analizar las respuestas planteadas:

- En la respuesta a) nos dicen que $pr=V$ con lo que S1 sería $(ac \rightarrow nv) \rightarrow V$ y una implicación con consecuente verdadero siempre es verdadera, con lo que independientemente de los valores de ac y nv, si $pr=V$ la fbf que representa a S1 es satisfacible pues tiene al menos una interpretación modelo.

- En la respuesta b) nos dicen que $pr=F$, $nv=V$ y $ac=V$, con lo que S1 sería $(V \rightarrow V) \rightarrow F = V \rightarrow F = F$. Por tanto, esa interpretación sería contramodelo y la fbf NO sería satisfacible para esa interpretación.

- En la respuesta c) nos dicen que $pr=F$ y $nv=V$, con lo que $S1$ sería $(ac \rightarrow V) \rightarrow F = V \rightarrow F = F$. Por tanto, esa interpretación sería contramodelo (independientemente del valor de ac) y la fbf NO sería satisfacible para esa interpretación.

- En la respuesta d), es evidente que $S1$ no es tautología, pero esa no es la razón para que no sea satisfacible, puede ser satisfacible sin ser tautología.

3. La fbf que representa la sentencia $S1$, tiene

- a) 3 interpretaciones modelo y 3 contramodelo
- b) Infinitas interpretaciones modelo o contramodelo
- c) 2^3 interpretaciones modelo
- d) Al menos una interpretación modelo y otra contramodelo**

$S1$ tiene $2^3 = 8$ interpretaciones. Teniendo en cuenta esto prácticamente se pueden descartar las respuestas a), b) y c), puesto que ya hemos visto en la pregunta 2. que tiene al menos una interpretación modelo y una contramodelo.

Para asegurarnos representamos la tabla de verdad de la fbf $(ac \rightarrow nv) \rightarrow pr$

ac	nv	pr	$(ac \rightarrow nv)$	$(ac \rightarrow nv) \rightarrow pr$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	F

Por tanto, tiene 5 interpretaciones modelo y 3 contramodelo. Luego la respuesta correcta es la d)

4. Si interpretamos la sentencia "soy feliz" como verdadera, ¿cómo se **interpretará** la sentencia: "No soy feliz a menos que sea bueno"?

- a) Como falsa
- b) Como verdadera
- c) Depende de la interpretación de la sentencia "sea bueno"**
- d) Es una tautología

Si tomamos el siguiente marco conceptual: f : soy feliz; b : soy bueno, la sentencia se formaliza como $f \rightarrow b$. Nos dicen que $f=V$, por tanto, la sentencia sería $V \rightarrow b$, de tal forma que dependiendo del valor de verdad de b podría ser V o F . Luego la respuesta correcta es la c)

5. La fbf $A \leftrightarrow B$, siendo A, B fbf, se interpreta como **tautología** cuando interpretamos:
- a) A tautología y B contingente
 - b) A y B contingentes
 - c) A contradicción y B tautología
 - d) A y B contradicciones**

- Respuesta a) Hay que analizar si cuando A sea tautología y B contingente entonces $A \leftrightarrow B$ es tautología, es decir, formalizando:

A tautología y B contingente $\rightarrow (A \leftrightarrow B)$ tautología

O lo que es lo mismo, el argumento

A tautología y B contingente $\Rightarrow (A \leftrightarrow B)$ tautología
V F

Aplicamos método del contraejemplo o corto de valoración para ver si el argumento es correcto.

No, porque tendríamos contraejemplo, al ser A tautología, $A=V$ y al ser B contingente, B puede ser V ó F con lo que si $A=V$ y $B=F$ tendríamos que la premisa es V. Entonces, $A \leftrightarrow B = V \leftrightarrow F = F$ con lo que $A \leftrightarrow B$ no sería tautología y la conclusión falsa. Así, la interpretación $\{A=V, B=F\}$ sería un contraejemplo y el argumento NO sería correcto.

- Respuesta b) De la misma forma, analizamos el argumento:

A contingente y B contingente $\Rightarrow (A \leftrightarrow B)$ tautología
V F

Aplicamos método del contraejemplo o corto de valoración para ver si el argumento es correcto.

No, porque tendríamos contraejemplo, al ser A y B contingentes, A y B pueden ser V ó F con lo que si $A=V$ y $B=F$ tendríamos que la premisa es V. Entonces, $A \leftrightarrow B = V \leftrightarrow F = F$ con lo que $A \leftrightarrow B$ no sería tautología y la conclusión falsa. Así, la interpretación $\{A=V, B=F\}$ sería un contraejemplo y el argumento NO sería correcto.

- Respuesta c) De la misma forma, analizamos el argumento:

A contradicción y B tautología $\Rightarrow (A \leftrightarrow B)$ tautología
V F

Aplicamos método del contraejemplo o corto de valoración para ver si el argumento es correcto.

No, porque tendríamos contraejemplo, al ser A contradicción, $A=F$, y al ser B tautología, $A=V$. Así, si $A=F$ y $B=V$ tendríamos que la premisa es V. Entonces, $A \leftrightarrow B = F \leftrightarrow V = F$ con lo que $A \leftrightarrow B$ no sería tautología y la conclusión falsa. Así, la interpretación $\{A=F, B=V\}$ sería un contraejemplo y el argumento NO sería correcto.

- Respuesta c) De la misma forma, analizamos el argumento:

A contradicción y B contradicción $\Rightarrow (A \leftrightarrow B)$ tautología
V F

Aplicamos método del contraejemplo o corto de valoración para ver si el argumento es correcto.

Este argumento SÍ sería correcto, porque no tendríamos la posibilidad de hacer la premisa V y la conclusión F. Al ser A y B

contradicciones, $A=F$ y $B=F$, y entonces, $A \leftrightarrow B = F \leftrightarrow F = V$ con lo que $A \leftrightarrow B$ sería tautología y la conclusión verdadera.

6. Dadas las sentencias: "Sólo si Raphel tiene sentido del humor, se casa con Marujita Díaz o es famoso. Raphel se casa con Marujita Díaz". ¿Qué sentencia es **consecuencia lógica** de ellas?
- a) Raphel no tiene sentido del humor
 - b) Raphel tiene sentido del humor pero no es famoso
 - c) Raphel tiene sentido del humor o es famoso**
 - d) Si Raphel no sale en las revistas, no se casa con Marujita Díaz

Marco conceptual: SH: Raphel tiene sentido del humor; MD: Raphel se casa con Marujita Díaz; FA: Raphel es famoso; SR: Raphel sale en las revistas

La formalización de las premisas es: $MD \vee FA \rightarrow SH$, MD

Nos piden la sentencia que es consecuencia lógica de estas 2 premisas. Para ello, tenemos que ver qué conclusión es la que hace el argumento correcto. Pasamos a analizar los argumentos por el método del contraejemplo teniendo en cuenta las conclusiones que nos plantea cada respuesta:

- Respuesta a) Formalizamos la conclusión: $\neg SH$

Aplicamos método del contraejemplo:

$MD \vee FA \rightarrow SH$	MD	\Rightarrow	$\neg SH$
V	V		F
	1) MD=V		1) SH=V
V	V		
FA=V ó F			

Con lo cual hemos encontrado una interpretación $I = \{MD=V; SH=V; FA=V\}$ que hace las premisas verdaderas y la conclusión falsa, por lo que dicha interpretación es contraejemplo del argumento y éste NO es correcto. De esta forma, la conclusión $\neg SH$ NO es consecuencia lógica de las premisas.

- Respuesta b) Formalizamos la conclusión: $SH \wedge \neg FA$

Aplicamos método del contraejemplo:

$MD \vee FA \rightarrow SH$	MD	\Rightarrow	$SH \wedge \neg FA$
V	V		F
	1) MD=V		1) SH=V FA=V
V	V	V	

Con lo cual hemos encontrado una interpretación $I = \{MD=V; SH=V; FA=V\}$ (también lo sería la interpretación $\{MD=V; SH=V; FA=F\}$) que hace las premisas verdaderas y la conclusión falsa, por lo que dicha interpretación es contraejemplo del argumento y éste NO es correcto. De esta forma, la conclusión $SH \wedge \neg FA$ NO es consecuencia lógica de las premisas.

- Respuesta c) Formalizamos la conclusión: $SH \vee FA$
Aplicamos método del contraejemplo:

$MD \vee FA \rightarrow SH$	$MD \Rightarrow SH \vee FA$
V	V F
	1) $MD=V$ 1) $SH=F$ $FA=F$
V F F	
F contradicción	

Con lo cual hemos encontrado una contradicción, por lo que no se puede conseguir que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, y el argumento SÍ es correcto. De esta forma, la conclusión $SH \vee FA$ SÍ es consecuencia lógica de las premisas.

- Respuesta d) Formalizamos la conclusión: $\neg SR \rightarrow \neg MD$
Aplicamos método del contraejemplo:

$MD \vee FA \rightarrow SH$	$MD \Rightarrow \neg SR \rightarrow \neg MD$
V	V F
	1) $MD=V$ 1) $SR=F$ $MD=V$
V V V	

Con lo cual hemos encontrado una interpretación $I = \{MD=V; SH=V; FA=V; SR=F\}$ (también lo sería la interpretación $\{MD=V; SH=V; FA=F; SR=F\}$) que hace las premisas verdaderas y la conclusión falsa, por lo que dicha interpretación es contraejemplo del argumento y éste NO es correcto. De esta forma, la conclusión $\neg SR \rightarrow \neg MD$ NO es consecuencia lógica de las premisas.

7. El conjunto de sentencias $A = \{ \text{Sólo si Raphael tiene sentido del humor, se casa con Marujita Díaz o es famoso. Raphael se casa con Marujita Díaz. Raphael no tiene sentido del humor} \}$ se **interpreta** como:
- a) Consistente
 - b) Inconsistente**
 - c) Tautología
 - d) Correcto

Teniendo en cuenta el marco conceptual de la pregunta anterior, formalizamos el conjunto de sentencias:

$A = \{ MD \vee FA \rightarrow SH, MD, \neg SH \}$

Un conjunto de sentencias puede ser consistente o inconsistente, pero no pueden aplicársele los conceptos de tautología (se refiere a una fbf) o correcto (se refiere a un argumento). Por tanto, la respuesta correcta sólo puede ser la a) o la b).

Para que sea consistente debe tener al menos una interpretación que haga ciertas al mismo tiempo las 3 fbf. Buscamos esa posibilidad. Vemos que es necesario que $MD=V$ y $SH=F$ para que las fbf 2 y 3 sean ciertas, pero con esa combinación la 1ª fbf NO sería cierta, con lo que NO es posible conseguir que las 3 fbf sean ciertas al mismo tiempo, y el conjunto A es por tanto **INCONSISTENTE**.

8. ¿Cuál de las siguientes fbf puede ser **consecuencia lógica** de un conjunto de **premisas vacío**?
- a) $P(a,b,c) \vee Q(a,b,c)$
 - b) $P(a,b,c) \vee \neg P(a,b,c) \vee Q(a,b)$**
 - c) Ninguna fbf es consecuencia lógica de un conjunto de premisas vacío
 - d) $P(a,b) \vee \neg P(b,c)$

Un argumento con un conjunto de premisas vacío tendría la siguiente estructura: $\emptyset \Rightarrow Q$

Para que Q sea consecuencia lógica de un conjunto de premisas vacío dicho argumento tendría que ser correcto, y ello se producirá si Q es tautología (aplicando el Teorema de Deducción), pues entonces no existirá la posibilidad de que las premisas sean ciertas y la conclusión falsa.

De las 4 respuestas planteadas la única que es tautología es la b) $P(a,b,c) \vee \neg P(a,b,c) \vee Q(a,b) = V \vee Q(a,b) = V$

EJERCICIO 1. Dado el argumento:

"Todos los alumnos de Lógica se visten en Zara. Algún alumno de Lógica que se viste en Zara ama la naturaleza. Luego, todos los alumnos de Lógica aman la naturaleza."

Con el marco conceptual: Zara: za; Lógica: lo; Al(x,y): x es alumno de y;
V(x,y): x se viste en y; Nz(x): x ama la naturaleza.

1.- **Formaliza** el argumento en $D = \{\text{personas}\}$.

$$\forall x [Al(x,lo) \rightarrow V(x,za)] , \exists x [Al(x,lo) \wedge V(x,za) \wedge Nz(x)] \Rightarrow \forall x [Al(x,lo) \rightarrow Nz(x)]$$

2.- **Formaliza** el argumento en $D = \{\text{alumnos de Lógica}\}$

$$\forall x V(x,za) , \exists x [V(x,za) \wedge Nz(x)] \Rightarrow \forall x Nz(x)$$

3.- Escribe la fbf **asociada** al argumento formalizado en 2.-, indicando los pasos aplicados.

Tendríamos varias posibilidades:

1) Aplicando el Teorema de Deducción a 2.-

$$\forall x V(x,za) \wedge \exists x [V(x,za) \wedge Nz(x)] \rightarrow \forall x Nz(x)$$

2) Aplicando equivalencia del \rightarrow respecto al \vee :

$$\neg \forall x V(x,za) \vee \neg \exists x [V(x,za) \wedge Nz(x)] \vee \forall x Nz(x)$$

3) Aplicando equivalencia del \rightarrow respecto al \wedge :

$$\forall x V(x,za) \wedge \exists x [V(x,za) \wedge Nz(x)] \wedge \neg \forall x Nz(x)$$

4.- ¿Cómo debe ser **evaluada semánticamente** la fbf de 3.- para que el argumento asociado a dicha fbf sea correcto?

En el caso de 1) y 2) debería ser una tautología, y en el caso de 3), una contradicción.

EJERCICIO 2. Por el método del **contraejemplo** demuestra si el siguiente argumento es correcto.

"Para que la fbf $\neg P1 \vee \neg P2 \vee Q$ se interprete como tautología es necesario que Q sea tautológica"

El argumento tendría la siguiente estructura: $\emptyset \Rightarrow Q$, sin premisas y con la sentencia planteada como conclusión al mismo.

Si demostramos que dicha sentencia es una tautología el argumento será correcto (por el Teorema de Deducción).

Formalizando dicha sentencia:

$\neg P1 \vee \neg P2 \vee Q$ es tautología $\rightarrow Q$ es tautología

Aplicamos el método del contraejemplo o corto de valoración para ver si es tautología. Suponemos que la fbf es falsa:

$\neg P1 \vee \neg P2 \vee Q$ es tautología $\rightarrow Q$ es tautología
V F

Para que Q tautología sea falso $Q=F$, y entonces haciendo $P1=F$ ó $P2=F$ tendríamos al menos una interpretación contramodelo o contraejemplo, por lo que la fbf NO sería tautología y el argumento NO es correcto.